

FN-Optiklabor-Spiegel-v0.1-2026-05-17

Forschungsnotiz — Spiegel

Autor: Thomas Schüller · forschung@tschueller.com · ORCID 0009-0003-9799-6747 **Affiliation:** privat finanziert, ohne institutionelle Affiliation **Lizenz:** CC BY 4.0 · **Version:** 0.1 · **Datum:** 2026-05-17
Strang: FORSCHUNG / Höhlengleichnis-Optiklabor / 10 Spiegel
Werkzeug: SPECULUM · **Dokumenttyp:** Forschungsnotiz (Template v1.0) **Status:** abgeschlossener Test mit dokumentierter Bewertung

1. These

Die Module 05 (Linsen) und 06 (Prismen) behandelten die Brechung. Modul 10 nimmt das **Gegenstück: die Reflexion**. Die naheliegende Annahme “Spiegel bilden immer perfekt ab” wird gegen reale Spiegelgeometrien geprüft und erweist sich als nur für den Sonderfall des ebenen Spiegels haltbar: **der ebene Spiegel ist der einzige perfekte Abbilder (virtuelles Bild gleicher Größe), während gekrümmte Spiegel sphärische Aberration zeigen und ihre Abbildung drastisch vom Objektabstand abhängt**. Reflexion und Brechung sind duale Phänomene — sphärische Aberration tritt bei beiden auf, die Abbildungsgleichung hat dieselbe Form, und beide haben ihre Idealisierungs-Grenzen.

2. Annahmen

1. Strahlenoptik (geometrische Optik), Beugung vernachlässigbar.
2. Reflexionsgesetz: Einfallswinkel = Ausfallswinkel, an jeder Flächennormalen.
3. Sphärische Spiegelflächen (Kugelausschnitt) als reales Modell; ebener Spiegel als Grenzfall $(R \rightarrow \infty)$.
4. Ideale Reflektivität (kein Helligkeitsverlust, keine Absorption).
5. Monochromatisches Licht (Reflexion ist anders als Brechung wellenlängenunabhängig — kein Chromatik-Problem).
6. Punktförmige Objekte bzw. einfache Pfeil-Objekte auf der optischen Achse.

3. Mathematisches Modell

M1 — “Spiegel bilden immer perfekt ab”: Jeder Spiegel erzeugt ein scharfes, unverzerrtes Bild. Der ebene Spiegel als Prototyp: virtuelles Bild gleicher Größe.

M2 — Hohlspiegel mit sphärischer Aberration: Ein sphärischer Hohlspiegel mit Radius (R) hat die paraxiale Brennweite $(f = R/2)$. Achsenferne Strahlen fokussieren jedoch näher am Spiegel — die **longitudinale sphärische Aberration**:

$$\Delta f = f_{\text{paraxial}} - f_{\text{marginal}}$$

Die reflektierten Strahlen umhüllen eine **Kaustik** statt sich in einem Punkt zu treffen.

M3 — Konvexspiegel: Ein nach außen gewölbter Spiegel ($R < 0$) in der Konvention) erzeugt immer ein virtuelles, verkleinertes, aufrechtes Bild mit vergrößertem Sichtfeld.

M4 — Abbildungsgleichung: Für Objektweite (g) , Bildweite (b) , Brennweite (f) :

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}, \quad m = -\frac{b}{g},$$

mit Vergrößerung (m) (negativ = umgekehrtes Bild). Vorzeichen: $(b > 0)$ reell (vor dem Spiegel), $(b < 0)$ virtuell (hinter dem Spiegel).

Symbol	Bedeutung	Einheit
(R)	Krümmungsradius	m
(f)	Brennweite ($= R/2$)	m
(g)	Objektweite	m
(b)	Bildweite	m
(m)	Vergrößerung	—
(Δf)	sphärische Aberration	m

4. Parameter

Drei Szenarien:

Szenario	Setup
A ebener Spiegel	Objekt bei 1, 2, 5 m; Reflexionsgesetz bei 15° - 60°
B Hohlspiegel	$(R = 2)$ m ($f = 1$) m), parallele Strahlen bei Höhen 0.05-1.7 m
C Abbildung	$(f = 1)$ m, Objekt bei 3, 2, 1.5, 1, 0.5 m

Toleranz vorab: $(\epsilon = 1\%)$ (0.01 m) für Brennpunktabweichung und Bildlage. Begründung: 1% ist die Schwelle, ab der Unschärfe im Bild sichtbar wird.

5. Vorhersage

Szenario	Erwartung
A	virtuelles Bild gleicher Größe, Reflexionsgesetz exakt → M1 gestützt
B	achsenferne Strahlen fokussieren näher → sphärische Aberration $(> \epsilon)$ → M1 widerlegt
C	Bildlage/-art stark abstandsabhängig (reell/virtuell, vergrößert/verkleinert) → M1 unzureichend

6. Falsifikationskriterium

M1 ("Spiegel bilden immer perfekt ab") ist widerlegt, wenn **eines** zutrifft: - Die sphärische Aberration (paraxialer vs. marginaler Fokus) übersteigt ϵ . - Die Abbildung wechselt mit dem Objektstand zwischen reell und virtuell bzw. vergrößert und verkleinert (statt "immer gleich" zu sein). - Ein gekrümmter Spiegel erzeugt eine andere Bildgröße als das Objekt (Verletzung der "gleichen Größe").

7. Konkurrenzmodelle

- **K1 — perfekte Abbildung (M1):** geprüftes engeres Modell (ebener Spiegel).
- **K2 — sphärischer Hohlspiegel (M2):** mit Aberration.
- **K3 — Konvexspiegel (M3):** virtuelles verkleinertes Bild.
- **K4 — Parabolspiegel:** behebt die sphärische Aberration für achsenparallele Strahlen exakt (Teleskope, Scheinwerfer).
- **K5 — asphärische / Freiform-Spiegel:** für spezielle Korrekturen.
- **K6 — Mehrspiegelsysteme:** Cassegrain, Newton-Teleskop — Kombination aus mehreren Spiegeln.
- **K7 — Wellenoptik der Reflexion:** Beugung an Spiegelkanten, Auflösungsgrenze — bei kleinen Spiegeln relevant.

8. Versagensbereich

- **Sehr große Apertur:** die sphärische Aberration wächst stark mit dem Aperturverhältnis; bei kleiner Apertur (paraxial) ist M1 gut erfüllt.
- **Sehr kleine Spiegel:** Beugung begrenzt die Auflösung (Wellenoptik), geometrisches Modell versagt.
- **Objekt im Brennpunkt:** Bild im Unendlichen, Abbildungsgleichung singulär.
- **Schräg einfallende Bündel:** Koma und Astigmatismus (außeraxiale Aberrationen) — hier nicht behandelt.
- **Nicht-ideale Reflektivität:** reale Spiegel verlieren Licht, besonders Metallspiegel im UV.
- **Wellenlängenabhängige Reflektivität:** anders als die Geometrie ist die Helligkeit der Reflexion farbabhängig (Goldspiegel reflektiert IR besser).

9. Simulation

Numerische Auswertung in `spiegel_simulation.py`:

1. Exakte Strahlverfolgung an sphärischer Spiegelfläche (Kreis-Strahl-Schnitt, Reflexion am Normalenvektor).
2. Szene A: ebener Spiegel analytisch — virtuelles Bild, Reflexionsgesetz.
3. Szene B: parallele Strahlen bei 30 Höhen auf Hohlspiegel ($R = 2$); Achsenschnittpunkt jedes Strahls; paraxialer vs. marginaler Fokus; longitudinale Aberration.
4. Szene C: Abbildungsgleichung für fünf Objektweiten; Bildweite, Vergrößerung, Bildtyp.

Ergebnisse in `spiegel_results.json`. Plot als `spiegel_szenen.svg` (vier Teilbilder: ebener Spiegel, Hohlspiegel-Kaustik, Abbildungsgleichung, Vergrößerung).

10. Ergebnis

10.1 A ebener Spiegel

Objektweite	Bildweite	Vergrößerung	Bildtyp
1 m	−1 m	1.0	virtuell, aufrecht, gleiche Größe
2 m	−2 m	1.0	virtuell, aufrecht, gleiche Größe
5 m	−5 m	1.0	virtuell, aufrecht, gleiche Größe
Reflexionsgesetz			exakt (Einfall = Ausfall)
Bewertung M1			gestützt

10.2 B Hohlspiegel ($(R = 2) \text{ m}$, $(f = 1) \text{ m}$)

Größe	Wert
ideale Brennweite $(R/2)$	1.000 m
paraxialer Fokus (Höhe 0.05 m)	0.9997 m
marginaler Fokus (Höhe 1.7 m)	0.294 m
longitudinale sphärische Aberration	1.294 m
Bewertung M1	widerlegt

(Hinweis: die große Apertur — Strahl bei 85% des Radius — überzeichnet den Effekt absichtlich; bei kleiner Apertur ist die Aberration winzig und M1 nahezu erfüllt.)

10.3 C Abbildung ($(f = 1) \text{ m}$)

Objektweite	Bildweite	Vergrößerung	Bildtyp
3 m	1.5 m	−0.5	reell, umgekehrt, verkleinert
2 m	2.0 m	−1.0	reell, umgekehrt, gleiche Größe
1.5 m	3.0 m	−2.0	reell, umgekehrt, vergrößert
1 m	∞	—	Objekt im Brennpunkt
0.5 m	−1.0 m	+2.0	virtuell, aufrecht, vergrößert
Bewertung M1			widerlegt

Plot: `spiegel_szenen.svg`.

11. Bewertung

M1 (“Spiegel bilden immer perfekt ab”) ist in 2 von 3 Szenarien widerlegt — gestützt nur für den ebenen Spiegel.

Szene A ist der Lehrbuch-Grenzfall, und hier ist M1 exakt richtig. Der ebene Spiegel erzeugt ein virtuelles, aufrechtes Bild gleicher Größe in gleichem Abstand hinter der Spiegelebene. Das Reflexionsgesetz (Einfallswinkel = Ausfallswinkel) gilt perfekt. Das ist der Badezimmerspiegel: man sieht sich selbst in Originalgröße, seitenverkehrt, scheinbar hinter dem Glas. Bemerkenswert ist die Sonderstellung: anders als bei Linsen, wo schon die dünne ideale Linse vier Idealisierungen voraussetzt (Modul 05), gibt es beim Spiegel einen **echt perfekten** Fall — den ebenen Spiegel.

Szene B ist der zentrale Falsifikationsbefund: **sphärische Aberration**. Ein sphärischer Hohlspiegel fokussiert achsennahe Strahlen bei $f = R/2$, aber achsenferne Strahlen treffen die Achse näher am Spiegel. Bei großer Apertur (hier Strahl bei 85% des Radius) ist die Abweichung dramatisch — der marginale Fokus liegt bei 0.29 m statt 1.0 m. Die reflektierten Strahlen treffen sich nicht in einem Punkt, sondern umhüllen eine **Kaustik** — jene helle, herzförmige Lichtkurve, die man im Kaffeebecher, in einem Ring oder am Boden eines Topfes sieht, wenn Licht schräg einfällt. Das ist exakt das Reflexions-Gegenstück zur sphärischen Aberration der Linse (Modul 05). Die Lösung ist dieselbe Idee wie das achromatische Dublett, nur geometrisch: ein **Parabolspiegel** fokussiert achsenparallele Strahlen exakt in einen Punkt — deshalb sind Teleskopspiegel und Scheinwerfer-Reflektoren parabolisch, nicht sphärisch.

Szene C widerlegt “immer perfekt” auf einer anderen Ebene: selbst wenn man die Aberration ignoriert (paraxiale Näherung), hängt das Bild **drastisch vom Objektabstand** ab. Bei fernem Objekt (3 m) entsteht ein kleines, umgekehrtes, reelles Bild nahe dem Brennpunkt. Bei doppelter Brennweite (2 m) ein gleich großes umgekehrtes Bild. Zwischen einfacher und doppelter Brennweite (1.5 m) ein vergrößertes umgekehrtes reelles Bild (Prinzip des Hohlspiegel-Projektors). Im Brennpunkt (1 m) divergiert das Bild ins Unendliche (paralleles Strahlenbündel — Prinzip des Scheinwerfers). Innerhalb der Brennweite (0.5 m) ein vergrößertes, aufrechtes, virtuelles Bild — der **Schmink- und Rasierspiegel**, der das Gesicht vergrößert zeigt. Fünf qualitativ verschiedene Bilder aus einem Spiegel, allein durch den Abstand.

Die zentrale methodische Lektion: Reflexion und Brechung sind **duale Phänomene**. Die Abbildungsgleichung $(1/g + 1/b = 1/f)$ ist für Spiegel und Linsen formgleich. Sphärische Aberration tritt bei beiden auf und wird bei beiden durch Asphärisierung (Parabolspiegel bzw. asphärische Linse) behoben. Der wesentliche Unterschied: Reflexion ist wellenlängenunabhängig (kein Chromatik-Problem), weshalb große Teleskope Spiegel und keine Linsen verwenden — ein Spiegel hat keine chromatische Aberration und kann beliebig groß und von hinten gestützt gebaut werden.

Verbindung zu vorhergehenden Modulen: - **Modul 05 Linsen:** dieselbe sphärische Aberration, dieselbe Abbildungsgleichung. Der Spiegel ist das Reflexions-Analogon der Linse. Reflexion hat aber keine chromatische Aberration (Vorteil für Teleskope). - **Modul 06 Prismen:** Brechung fächert Farben auf; Reflexion nicht. Beide sind die zwei Grundmechanismen der geometrischen Optik. - **Modul 04 Kameramodell:** Spiegelreflexkameras nutzen einen Spiegel zur Strahlumlenkung; Spiegelteleskope sind die Großform. - **Modul 11 Schattentheater / 08 Bühnenbeleuchtung:** Reflektoren (Parabolspiegel) bündeln Scheinwerferlicht — die praktische Anwendung von Szene C im Brennpunkt.

12. Nächster Test

Modul 12 Fernrohr und Mikroskop als möglicher nächster Schritt: Kombination von Linsen (und Spiegeln) zu vergrößernden Systemen; Kepler- vs. Galilei-Fernrohr; Spiegelteleskop (Newton, Cassegrain). Setzt Modul 05 (Linsen) und Modul 10 (Spiegel) voraus.

Mögliche Erweiterung Modul 10 v0.2: Parabolspiegel im direkten Vergleich (Aberration behoben); Koma und Astigmatismus bei schrägem Einfall; Mehrspiegel-Teleskope; Kaustik-Visualisierung im Detail.

Anhang A — Querverweise

- Praxis-Erklärung: PRAXIS-Spiegel.md (folgt)
- Begleitpapier: BEGLEITPAPIER-Spiegel.md (folgt)
- Werkzeug: SPECULUM.html (folgt) — *lat. speculum, der Spiegel; Wurzel von "Spekulation"*
- Code: spiegel_simulation.py
- Plot: spiegel_szenen.svg
- Ergebnisdaten: spiegel_results.json
- Vorgänger-Module: Modul 05 Linsen (Abbildung, Aberration), Modul 06 Prismen (Brechung)
- Verwandte Module: Modul 04 Kameramodell, Modul 08 Bühnenbeleuchtung (Reflektoren)

Anhang B — Externer Bestandscheck

- **Hecht (2017)** *Optics*, 5. Aufl. — Spiegel, Abbildung, Aberration.
- **Born & Wolf (1999)** *Principles of Optics* — Reflexionsgesetz, Aberrationstheorie.
- **Jenkins & White (2001)** *Fundamentals of Optics* — Spiegelabbildung.
- **Euklid** *Catoptrica* — historische Reflexionslehre.
- **PhET "Geometric Optics"** — didaktische Abbildungs-Simulation.

Was die Werkstatt-Notiz davon unterscheidet: drei kontrastierende Szenarien im Falsifikationsformat; die explizite Dualität Reflexion/Brechung (Spiegel als Linsen-Analogon ohne Chromatik); echte Strahlverfolgung mit Kaustik-Nachweis; Brücken zu Modul 05, 06, 04, 08.

Anhang C — Quellen

- Hecht, E. (2017). *Optics*, 5. Aufl. Pearson.
- Born, M.; Wolf, E. (1999). *Principles of Optics*, 7. Aufl. Cambridge University Press.
- Jenkins, F. A.; White, H. E. (2001). *Fundamentals of Optics*, 4. Aufl. McGraw-Hill.
- Euklid (ca. 300 v. Chr.). *Catoptrica*.
- Mahajan, V. N. (1998). *Optical Imaging and Aberrations*. SPIE Press.