

FN-Optiklabor-Linsen-v0.1-2026-05-17

Forschungsnotiz — Linsen

Autor: Thomas Schüller · forschung@tschueller.com · ORCID 0009-0003-9799-6747 **Affiliation:** privat finanziert, ohne institutionelle Affiliation **Lizenz:** CC BY 4.0 · **Version:** 0.1 · **Datum:** 2026-05-17
Strang: FORSCHUNG / Höhlengleichnis-Optiklabor / 05 Linsen
Dokumenttyp: Forschungsnotiz (Anwendung von Template v1.0)
Status: abgeschlossener Test mit dokumentierter Bewertung

1. These

Die Schullehrbuch-Linse ist eine vierfache Idealisierung: dünn, paraxial, monochromatisch, perfekt sphärisch. Modul 03 (Einfachspalt) hat gezeigt, dass die Punktquellen-Annahme schon innerhalb eines Spalts scheitert; Modul 04 (Kameramodell) hat dünne vs. dicke Linse berührt. Modul 05 prüft die Lehrbuch-Linsen-Formel $(1/f = (n-1)(1/R_1 - 1/R_2))$ entlang aller vier Achsen separat und zeigt: **die ideale Linse existiert nur im paraxialen, monochromatischen Grenzfall — sobald eine der vier Idealisierungen aufgegeben wird, weicht der reale Brennpunkt messbar ab.** Diese Notiz schließt damit eine zentrale Lücke im Optiklabor-Strang.

2. Annahmen

1. Skalare paraxiale Strahlenoptik (keine Beugung, kein Vektorcharakter, kleine Winkel).
2. Linse aus homogenem Glas, zwei Kugelflächen mit Krümmungsradien (R_1) und (R_2) .
3. Brechungsindex (n) konstant über die Linse (homogen).
4. Snelliusschen Brechungsgesetz $(n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2)$ gilt exakt.
5. Linse von Luft umgeben $(n_{\text{Luft}} = 1)$.
6. Lichteinfall parallel zur optischen Achse (kollimiertes Licht).
7. Kreisförmige Apertur, Radius gleich der halben physikalischen Linsenöffnung.

3. Mathematisches Modell

M1 — ideale dünne Linse (Lehrbuch):

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

Eigenschaften: Alle Strahlen vereinen sich in einem Brennpunkt; alle Wellenlängen vereinen sich in einem Brennpunkt; Hauptebenen fallen mit dem Linsenscheitel zusammen.

M2 — dicke Linse (paraxial mit Dicke-Korrektur):

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n-1)d}{n R_1 R_2} \right)$$

M3 — sphärische Aberration: exaktes Raytracing durch zwei Kugelflächen mit Snellius, vektoriell. Strahlhöhe h als Parameter; $f(h)$ statt einzelner f . Randstrahlen treffen bei $f(h) < f(0)$ — die sphärische Linse “über-fokussiert” Randstrahlen.

M4 — chromatische Aberration: $n = n(\lambda)$ nach Cauchy-Formel:

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$$

Für BK7-Glas: $A = 1,5046$, $B = 4200 \text{ nm}^2$, $C = 2,85 \cdot 10^8 \text{ nm}^4$.

Symbol	Bedeutung	Einheit
(R_1, R_2)	Krümmungsradien (Konvention: $R > 0$) konvex zum Lichteinfall)	mm
n	Brechungsindex	—
d	Mittendicke der Linse	mm
f	Brennweite	mm
h	Strahlhöhe über optischer Achse	mm
λ	Wellenlänge	nm

4. Parameter

Vier Konfigurationen entlang der vier Achsen:

Szenario	$\frac{R_1}{\text{mm}}$	$\frac{R_2}{\text{mm}}$	n	$\frac{d}{\text{mm}}$	Apertur / mm	
A dünn	$+100$	-100	$1,5$	2	15	Lt G
B dick	$+50$	-50	$1,5$	15	15	D. Kr
C stark	$+30$	-30	$1,5$	20	12	st sF Al
D chromatisch	$+50$	-50	$n_{\text{BK7}}(\lambda)$	10	10	W F _l

Toleranz vorab: $\epsilon = 1\%$ relative Brennweiten-Abweichung. Begründung: 1 % ist die Standardtoleranz der Werkstatt; relative Brennweite ist die direkte Größe, die in der Praxis (Foto, Mikroskop, Brille) zählt.

5. Vorhersage

Szenario	Erwartung
A dünn	M1 sollte gestützt sein (sehr dünn, $d/R \sim 0,02$) M1 widerlegt via Dicke-

B dick	Korrektur
C stark	M1 stark widerlegt via sphärische Aberration und Dicke
D chromatisch	$\Delta f / f \sim 2\%$ zwischen blau und rot bei BK7

6. Falsifikationskriterium

Vier separate Kriterien:

- **M1 via Dicke widerlegt**, wenn $|f_{\text{thick}} - f_{\text{thin}}| / f_{\text{thin}} > \epsilon$.
- **M1 via sphärische Aberration widerlegt**, wenn $|f(h=0) - \langle f \rangle| / f(h \approx 0) > \epsilon$.
- **M1 via chromatische Aberration widerlegt**, wenn $|f(\lambda_F) - f(\lambda_C)| / f(\lambda_d) > \epsilon$.
- M1 ist insgesamt widerlegt, sobald **eines** der drei Kriterien zutrifft.

7. Konkurrenzmodelle

- **K1 — dünne paraxiale Linse (M1).**
- **K2 — dicke paraxiale Linse (M2).**
- **K3 — exaktes Raytracing (M3):** vektorielle Snellius-Brechung an beiden Kugelflächen — geprüftes Testmodell.
- **K4 — wellenlängenabhängige Linse (M4).**
- **K5 — Achromat:** Dublet aus zwei Gläsern (Krongas + Flintglas) für Korrektur der chromatischen Aberration zweier Wellenlängen.
- **K6 — Asphärische Linse:** $R(h)$ als Funktion der Höhe, korrigiert sphärische Aberration.
- **K7 — Fresnel-Linse:** dünn durch konzentrische Rillen — eigene Klasse, gehört in ein Folgemodul.
- **K8 — Beugungs-limitierte Apertur:** Modul 03 — Beugung als prinzipielle Auflösungsgrenze, unabhängig von Aberrationen.

8. Versagensbereich

- **Sehr starke Krümmung** ($h \sim R$): paraxiale Theorie vollständig ungültig; Strahl trifft Linse unter so großem Winkel, dass Sinus nicht mehr durch Winkel approximierbar.
- **Brechungsindex** ($n \rightarrow 1$): Linse wirkungslos.
- **Brechungsindex** ($n \rightarrow \infty$): Totalreflexion an der Austrittsfläche.
- **Sehr kleine Apertur** ($h \rightarrow 0$): paraxiale Näherung exakt, aber Beugungslimit (Modul 03) dominiert.
- **Lichteinfall schräg zur Achse:** Koma und Astigmatismus, eigene Aberrationsklassen.
- **Inhomogenes Glas:** Schlieren, GRIN-Linsen — eigenes Thema.

9. Simulation

Numerische Auswertung in `linsen_simulation.py`:

1. M1: direkte Auswertung der Linsenmacher-Formel.
2. M2: erweiterte Linsenmacher-Formel mit Dicke-Korrektur.
3. M3: exakter vektorieller Raytracer durch zwei Kugelflächen. Pro

- Strahl: Eintrittspunkt auf erster Kugel, Snellius-Brechung, Propagation durch Glas, Austrittspunkt auf zweiter Kugel, zweite Snellius-Brechung, Schnittpunkt mit optischer Achse. Strahlhöhen $(h = 0\{\},\}1\})$ mm (paraxial) und $(h = 0\{\},\}9\cdot\})$ Apertur (Rand).
4. M4 (Szene D): Cauchy-Formel für BK7 bei drei Standardwellenlängen (Fraunhofer-F 486,1 nm, d 587,6 nm, C 656,3 nm) plus dichte Wellenlängen-Kurve über das sichtbare Spektrum.

Ergebnisse in `linsen_results.json`. Plots als `linsen_A_duenn.svg`, `linsen_B_dick.svg`, `linsen_C_stark.svg`, `linsen_D_chromatisch.svg`.

10. Ergebnis

10.1 A dünne Linse $(R = \pm 100\text{ mm}, d = 2\text{ mm}, n = 1\{\},\}5\})$

Größe	Wert
f dünn (Linsenmacher)	$100\{\},\}00\})$ mm
f dick (Korrektur)	$100\{\},\}33\})$ mm
f paraxial Raytracing $(h = 0\{\},\}1\})$ mm	$99\{\},\}67\})$ mm
f Rand $(h = 13\{\},\}5\})$ mm = 90 % Apertur)	$96\{\},\}59\})$ mm
Dicke-Abweichung	$0\{\},\}33\})\%$ → gestützt
Aberrationsabweichung	$3\{\},\}1\})\%$ → widerlegt

10.2 B dicke bikonvex $(R = \pm 50\text{ mm}, d = 15\text{ mm}, n = 1\{\},\}5\})$

Größe	Wert
f dünn	$50\{\},\}00\})$ mm
f dick	$52\{\},\}63\})$ mm
f paraxial Raytracing	$47\{\},\}37\})$ mm
f Rand	$41\{\},\}89\})$ mm
Dicke-Abweichung	$5\{\},\}3\})\%$ → widerlegt
Aberrationsabweichung	$11\{\},\}6\})\%$ → widerlegt

10.3 C stark bikonvex $(R = \pm 30\text{ mm}, d = 20\text{ mm})$

Größe	Wert
f dünn	$30\{\},\}00\})$ mm
f dick	$33\{\},\}75\})$ mm
f paraxial Raytracing	$26\{\},\}25\})$ mm
f Rand	$21\{\},\}53\})$ mm
Dicke-Abweichung	$12\{\},\}5\})\%$ → widerlegt
Aberrationsabweichung	$18\{\},\}0\})\%$ → widerlegt

10.4 D chromatisch (BK7 bikonvex $(R = \pm 50\text{ mm}, d = 10\text{ mm})$

	λ	$f(\lambda)$
--	-----------	--------------

Wellenlänge	(n _{BK7})	Raytracing
Fraunhofer F, blau, 486 nm	1.5275	45.70 mm
Fraunhofer d, grün, 588 nm	1.5192	46.45 mm
Fraunhofer C, rot, 656 nm	1.5159	46.75 mm
Longitudinale chrom. Aberration (rot – blau)	—	1.05 mm
Relative Abweichung blau-rot	—	2.3% → widerlegt

Plots: linsen_A_duenn.svg, linsen_B_dick.svg, linsen_C_stark.svg, linsen_D_chromatisch.svg.

11. Bewertung

Selbst die dünne Lehrbuchlinse (A) ist widerlegt — über sphärische Aberration, nicht über die Dicke-Korrektur. Das ist die wichtigste methodische Lektion dieser Notiz: die “ideale dünne Linse” existiert nur paraxial. Sobald man Strahlen außerhalb der Achse betrachtet (bei nur 13,5 mm Strahlhöhe, also einer Halböffnung von $f/3.7$), weicht der reale Brennpunkt um 3% ab. In der Praxis bedeutet das: jede Foto-Linse mit großer Blendenöffnung und sphärischen Flächen ist sphärisch aberriert; das ist der Grund, warum hochwertige Objektive asphärische Linsenelemente verwenden.

B und C zeigen den Übergang zu praktischen Aberrationen — bei einer 15 mm dicken Linse mit $R = 50$ mm ist die Dicke-Korrektur 5 %, die sphärische Aberration 12 %. Bei sehr starker Krümmung (C, $R = 30$ mm) erreicht die Brennweiten-Differenz zwischen Achse und Rand 18 %. Das entspricht der Erfahrung, dass kurzbrennweitige Linsen (“Weitwinkel”) besonders anspruchsvoll zu rechnen sind und ohne Korrekturen unbrauchbar.

Chromatische Aberration (D) zeigt $\Delta f = 1.05$ mm zwischen Fraunhofer-F (blau, 486 nm) und Fraunhofer-C (rot, 656 nm) bei einer 47 mm Linse — das sind 2,3 %. Sichtbar als farbige Säume an Hell-Dunkel-Kanten. Der historisch entscheidende Schritt war die Achromat-Konstruktion (Dollond 1758, später Fraunhofer): ein Dublet aus Kronglas (BK7, niedrige Dispersion) und Flintglas (SF6, hohe Dispersion), das den Δf zwischen zwei Wellenlängen exakt zu Null macht. Apochromate korrigieren drei Wellenlängen.

Gemeinsame Bewertung: Vier verschiedene Falsifikationsachsen, vier verschiedene historische Lösungen — dünn-Annahme durch Hauptebenen-Behandlung gelöst, sphärische Aberration durch Asphärik oder Sammlung kleiner Linsen, chromatische Aberration durch Achromat-Dublet, paraxial-Annahme durch volles Raytracing (heute Softwarestandard im Linsenbau). Die heutige Optikindustrie ist im Grunde die systematische Beseitigung der vier Idealisierungen, die in der Schulphysik unhinterfragt mitgeführt werden.

Verbindung zu den Vorgänger-Modulen: Modul 03 hat gezeigt, dass jede endliche Apertur Beugung produziert — das ist ein **fundamentales** Auflösungslimit, kein behebbarer Konstruktionsfehler. Selbst eine vollständig aberrationsfrei korrigierte Linse erzeugt einen “Airy-Disk”-Brennpunkt der Größe $\sim 1.22 \lambda f/D$. Die Aberrationen aus dieser Notiz und das Beugungslimit aus Modul 03 sind komplementär: Aberration ist

geometrisch-optisch (Strahlen treffen sich nicht), Beugung ist wellenoptisch (selbst perfekte Strahlen bilden einen ausgedehnten Fleck).

12. Nächster Test

Modul 06 Prismen. Das Prisma verallgemeinert die chromatische Aberration zu einem nutzbaren Werkzeug: durch geeignete Wahl von Glasart und Öffnungswinkel lässt sich Licht systematisch spektral zerlegen. Vorhersage: minimale Ablenkung $\Delta_{\min} = 2\arcsin(n\sin(\alpha/2)) - \alpha$ bei symmetrischer Lichtführung; Wellenlängen-Dispersion linear bis quadratisch im sichtbaren Bereich. Test gegen das Vier-Linien-Spektrum eines Prismas (Fraunhofer-Linien als Eichmarken).

Zusätzlich: **Modul 07 Lichtquellen** (kohärent vs. inkohärent, Linien- vs. Kontinuumspektren) als Komplement zur Optik-Familie.

Anhang A — Querverweise

- Praxis-Erklärung: PRAXIS-Linsen.md (folgt)
- Begleitpapier: BEGLEITPAPIER-Linsen.md (folgt)
- Werkzeug: linsen-werkzeug.html (folgt)
- Code: linsen_simulation.py
- Plots: linsen_A_duenn.svg, linsen_B_dick.svg, linsen_C_stark.svg, linsen_D_chromatisch.svg
- Ergebnisdaten: linsen_results.json
- Vorgänger-Module: Modul 03 Einfachspalt (Beugungslimit), Modul 04 Kameramodell (dünn vs. dick).
- Verwandte Module: Modul 06 Prismen (folgt), Modul 07 Lichtquellen (folgt), Modul 11 Schattentheater (geometrische Optik als Grenzfall).

Anhang B — Externer Bestandscheck

- **Hecht (2017)** *Optics*, 5. Aufl., Kap. 5–6: paraxiale Optik, Linsen, Aberrationen.
- **Born & Wolf (1999)** *Principles of Optics*, 7. Aufl., Kap. 4: vollständige Behandlung der Strahlenoptik und Aberrationen.
- **Mahajan (1998)** *Optical Imaging and Aberrations*: Seidel-Aberrationen, asphärische Korrektur.
- **Smith (2008)** *Modern Optical Engineering*, 4. Aufl.: industrielle Praxis.
- **PhET** “Geometric Optics” — didaktische Linsen-Simulation, paraxial nur.
- **OpticsBench, OSLO, Zemax** — professionelle Raytracer.

Was die Werkstatt-Notiz davon unterscheidet: vier separate Falsifikationsachsen in einem konsistenten Format, eigener vektorieller Raytracer, explizite Brücke zu Modul 03 (Beugungslimit vs. Aberrationen als komplementäre Auflösungsgrenzen), Brücke zu Modul 06 Prismen.

Anhang C — Quellen

- Hecht, E. (2017). *Optics*, 5. Aufl. Pearson.
- Born, M.; Wolf, E. (1999). *Principles of Optics*, 7. Aufl. Cambridge.
- Mahajan, V. N. (1998). *Optical Imaging and Aberrations*. SPIE Press.
- Smith, W. J. (2008). *Modern Optical Engineering*, 4. Aufl. McGraw-

Hill.

- Schott AG (laufend). *Optical Glass Data Sheets* (BK7, F2, SF6 etc.).
- Dollond, J. (1758). On the different refrangibility of light. *Phil. Trans.* 50:733.

Wortzahl: ca. 1720 · Seiten: 7 · Version 0.1 · 2026-05-17