

FN-Optiklabor-Instrumente-v0.1- 2026-05-17

Forschungsnotiz — Optische Instrumente (Fernrohr & Mikroskop)

Autor: Thomas Schüller · forschung@tschueller.com · ORCID 0009-0003-9799-6747 **Affiliation:** privat finanziert, ohne institutionelle Affiliation **Lizenz:** CC BY 4.0 · **Version:** 0.1 · **Datum:** 2026-05-17
Strang: FORSCHUNG / Höhlengleichnis-Optiklabor / 12 Instrumente
Werkzeug: ORGANON · **Dokumenttyp:** Forschungsnotiz (Template v1.0) **Status:** abgeschlossener Test mit dokumentierter Bewertung

1. These

Die Module 05 (Linsen) und 10 (Spiegel) lieferten die optischen Bausteine. Modul 12 setzt sie zu **Instrumenten** zusammen — Fernrohr und Mikroskop — und prüft die naheliegende Annahme “Vergrößerung ist beliebig steigerbar; mehr Linsenkraft = mehr Vergrößerung”. Diese Annahme erweist sich als doppelt zu kurz: **erstens ist Vergrößerung nicht das einzige Kriterium (gleiche Vergrößerung lässt sich mit verschiedener Bauart, Bildlage und Baulänge erreichen), zweitens — und entscheidend — setzt die Beugung eine harte Grenze: jenseits der “förderlichen Vergrößerung” zeigt ein Instrument keine neuen Details, sondern nur größere Beugungsscheibchen (“leere Vergrößerung”).** Modul 12 führt damit Linsen (05), Spiegel (10) und Beugung (03) zusammen und macht die Beugung von einem Randphänomen zur fundamentalen Schranke jedes optischen Instruments.

2. Annahmen

1. Strahlenoptik für die Vergrößerung (geometrische Optik), Wellenoptik für die Auflösungsgrenze.
2. Dünne Linsen (paraxiale Näherung aus Modul 05).
3. Fernrohr: Objekt im Unendlichen (parallele Strahlenbündel); Winkelvergrößerung.
4. Mikroskop: Objekt nahe dem vorderen Brennpunkt des Objektivs; zweistufige Vergrößerung mit Bezugssehweite 250 mm.
5. Beugungsgrenze nach Rayleigh (Teleskop) bzw. Abbe (Mikroskop), monochromatisches Licht 550 nm.
6. Ideale Optik ohne Aberrationen (die Aberrationen aus Modul 05/10 würden die reale Leistung zusätzlich begrenzen).

3. Mathematisches Modell

M1 — “Vergrößerung beliebig steigerbar”: Ein Instrument ist umso besser, je stärker es vergrößert; durch stärkere Linsen lässt sich die Vergrößerung ohne Grenze erhöhen.

M2 — Fernrohr (Winkelvergrößerung): Für Objektiv-Brennweite (f_{Obj}) und Okular-Brennweite (f_{Ok}) :

$$V = \frac{f_{\text{Obj}}}{f_{\text{Ok}}}$$

- **Kepler** (zwei Sammellinsen, $(f_{\text{Ok}} > 0)$): umgekehrtes Bild, Baulänge $(L = f_{\text{Obj}} + f_{\text{Ok}})$.
- **Galilei** (Zerstreuungs-Okular, $(f_{\text{Ok}} < 0)$): aufrechtes Bild, Baulänge $(L = f_{\text{Obj}} - |f_{\text{Ok}}|)$ (kürzer).

M3 — Mikroskop (zweistufig): Gesamtvergrößerung als Produkt:

$$V_{\text{ges}} = V_{\text{Obj}} \cdot V_{\text{Ok}} = \frac{t}{f_{\text{Obj}}} \cdot \frac{s_0}{f_{\text{Ok}}}$$

mit optischer Tubuslänge (t) und Bezugssehweite $(s_0 = 250)$ mm.

M4 — Beugungsgrenze: Die Auflösung ist begrenzt.

- **Teleskop (Rayleigh):** kleinster auflösbarer Winkel $(\theta_{\min} = 1,22 \lambda / D)$ (D = Objektivdurchmesser).
- **Mikroskop (Abbe):** kleinster auflösbarer Abstand $(d_{\min} = \lambda / (2 \text{NA}))$ (NA = numerische Apertur).
- **Förderliche Vergrößerung:** $(V_{\text{förderlich}} \approx 500 \text{--} 1000 \cdot \text{NA})$. Darüber: leere Vergrößerung.

Symbol	Bedeutung	Einheit
(V)	Vergrößerung	—
$(f_{\text{Obj}}, f_{\text{Ok}})$	Brennweiten Objektiv/Okular	mm
(L)	Baulänge	mm
(t)	optische Tubuslänge	mm
(s_0)	Bezugssehweite (250 mm)	mm
$(\theta_{\min})$	Winkelauflösung	rad
$(d_{\min})$	Ortsauflösung	nm
NA	numerische Apertur	—

4. Parameter

Drei Szenarien:

Szenario	Setup
A Fernrohr	$(f_{\text{Obj}} = 1000)$ mm, $(f_{\text{Ok}} = 25)$ mm; Kepler vs. Galilei
B Mikroskop	drei Konfigurationen schwach/mittel/stark; $(t = 160)$ mm, $(s_0 = 250)$ mm
C Beugungsgrenze	Mikroskop NA = 0.25/0.65/1.4; Teleskop $(D) = 60/200/1000$ mm; $(\lambda = 550)$ nm

Toleranz vorab: $(\epsilon = 1\%)$ für Vergrößerungs- und Auflösungsvergleich.

5. Vorhersage

Szenario	Erwartung
	gleiche Vergrößerung, aber

A	verschiedene Bildlage/Baulänge → M1 unzureichend
B	Gesamtvergrößerung = Produkt der Stufen (M1 scheint zu gelten)
C	Auflösung beugungsbegrenzt; Vergrößerung jenseits $\sim 1000 \cdot NA$ bringt keine Details → M1 widerlegt

6. Falsifikationskriterium

M1 ("Vergrößerung beliebig steigerbar") ist widerlegt, wenn **eines** zutrifft: - Zwei Instrumente mit gleicher Vergrößerung unterscheiden sich wesentlich (Bauart, Bildlage) — Vergrößerung ist nicht das einzige Kriterium. - Es existiert eine Vergrößerung, jenseits derer keine neuen Details sichtbar werden (leere Vergrößerung) — die Beugung setzt eine Grenze.

7. Konkurrenzmodelle

- **K1 — beliebige Vergrößerung (M1):** geprüftes engeres Modell.
- **K2 — Kepler-Fernrohr (M2):** astronomisch, umgekehrtes Bild.
- **K3 — Galilei-Fernrohr (M2):** Opernglas, aufrechtes Bild.
- **K4 — Spiegelteleskop:** Newton, Cassegrain — nutzt Hohlspiegel (Modul 10) statt Objektivlinse, keine chromatische Aberration.
- **K5 — Mikroskop (M3):** zweistufig, Durchlicht/Auflicht.
- **K6 — Beugungsbegrenzte Optik (M4):** Abbe/Rayleigh als fundamentale Grenze.
- **K7 — Superauflösung:** STED, STORM, PALM — Mikroskopietechniken, die das Abbe-Limit umgehen (Nobelpreis 2014); jenseits des klassischen Modells.

8. Versagensbereich

- **Reale Aberrationen:** chromatische und sphärische Aberration (Modul 05/10) begrenzen die reale Leistung zusätzlich; das Modell nimmt ideale Optik an.
- **Atmosphäre:** bei Teleskopen begrenzt die Luftunruhe ("Seeing") die Auflösung oft stärker als die Beugung — daher Weltraumteleskope und adaptive Optik.
- **Sehr kleine Apertur:** dominiert von Beugung; sehr große Apertur: dominiert von Aberrationen und Fertigungsfehlern.
- **Superauflösungs-Techniken:** das Abbe-Limit gilt für klassische Fernfeld-Mikroskopie; Nahfeld- und Fluoreszenz-Tricks umgehen es.
- **Nicht-sichtbares Licht:** Röntgen-, Elektronen-, UV-Mikroskopie verschieben die Grenze (kleinere Wellenlänge → bessere Auflösung); Elektronenmikroskope nutzen genau das.

9. Simulation

Numerische Auswertung in `instrumente_simulation.py`:

1. Fernrohr-Funktionen für Kepler und Galilei: Winkelvergrößerung, Baulänge, Bildlage.
2. Mikroskop-Funktion: zweistufige Vergrößerung aus Objektiv und Okular.
3. Beugungsgrenze: Rayleigh-Kriterium (Teleskop) und Abbe-Limit

- (Mikroskop); förderliche Vergrößerung.
- Szene A: Kepler vs. Galilei bei gleichen Brennweiten.
 - Szene B: drei Mikroskop-Konfigurationen.
 - Szene C: Auflösung und leere Vergrößerung für verschiedene NA bzw. Aperturen.

Ergebnisse in `instrumente_results.json`. Plot als `instrumente_szenen.svg` (vier Teilbilder: Fernrohr-Bauarten, Mikroskop-Stufen, Abbe-Auflösung, förderliche vs. leere Vergrößerung).

10. Ergebnis

10.1 A Fernrohr Kepler vs. Galilei ($f_{\text{Obj}} = 1000$ mm, $f_{\text{Ok}} = 25$ mm)

Größe	Kepler	Galilei
Vergrößerung	40×	40×
Okular	Sammellinse ($f > 0$)	Zerstreuungslinse ($f < 0$)
Bild	umgekehrt	aufrecht
Baulänge	1025 mm	975 mm
Bewertung M1	unzureichend	

10.2 B Mikroskop (zweistufig)

Konfiguration	f_{Obj}	f_{Ok}	V_{Obj}
schwach	16 mm	25 mm	10×
mittel	4 mm	25 mm	40×
stark	1.8 mm	10 mm	89×
Bewertung M1			

10.3 C Beugungsgrenze ($\lambda = 550$ nm)

Mikroskop (Abbe):

NA	$d_{\min}$	förderliche Vergrößerung
0.25 (Luft)	1100 nm	125×-250×
0.65 (Trocken)	423 nm	325×-650×
1.4 (Öl-Immersion)	196 nm	700×-1400×

Teleskop (Rayleigh):

Öffnung (D)	Winkelauflösung
60 mm (Amateur)	2.31"
200 mm	0.69"
1000 mm	0.14"

Leere Vergrößerung: 1500× bei NA = 0.65 liegt weit über der förderlichen Grenze (650×) → keine neuen Details.

Bewertung M1: widerlegt.

Plot: `instrumente_szenen.svg`.

11. Bewertung

M1 (“Vergrößerung beliebig steigerbar”) ist widerlegt — auf zwei Ebenen.

Szene A zeigt die erste Schwäche von M1: Vergrößerung ist nicht das einzige Kriterium. Kepler- und Galilei-Fernrohr erreichen exakt dieselbe Vergrößerung ($40\times$), sind aber grundverschieden. Das Kepler-Fernrohr (zwei Sammellinsen) liefert ein umgekehrtes Bild und ist mit 1025 mm etwas länger; das ist für die Astronomie unproblematisch (ein umgekehrter Stern bleibt ein Stern) und liefert ein großes Sehfeld. Das Galilei-Fernrohr (Sammel-Objektiv plus Zerstreuungs-Okular) liefert ein aufrechtes Bild und ist mit 975 mm kürzer — ideal für das Opernglas und den ersten Feldstecher, wo aufrechte Bilder und Kompaktheit zählen. Historisch war Galileis Fernrohr von 1609 genau dieser Typ. Dieselbe Zahl “ $40\times$ ” verbirgt zwei völlig verschiedene Instrumente — M1 ist als alleiniges Gütekriterium unzureichend.

Szene B scheint M1 zunächst zu bestätigen: die Mikroskop-Gesamtvergrößerung ist das Produkt der beiden Stufen, und durch stärkere Linsen (kürzere Brennweiten) erreicht man scheinbar beliebig hohe Werte — die “starke” Konfiguration kommt rechnerisch auf $2222\times$. Diese Konfiguration ist der Köder: rein geometrisch funktioniert sie, und ein naiver Beobachter würde sie für besser halten als die $400\times$ -Variante.

Szene C federt den Köder ab und liefert den eigentlichen Falsifikationsbefund: die **Beugungsgrenze**. Die Auflösung — der kleinste noch trennbare Detailabstand — ist nicht durch die Vergrößerung bestimmt, sondern durch die Beugung des Lichts an der Apertur. Nach dem Abbe-Limit ist $(d_{\min}) = \lambda/(2 \cdot \text{NA})$: ein Trockenobjektiv ($\text{NA} = 0.65$) löst bei 550 nm gerade noch 423 nm auf, ein Öl-Immersionsobjektiv ($\text{NA} = 1.4$) erreicht 196 nm. Die **förderliche Vergrößerung** liegt bei etwa $500\text{--}1000 \cdot \text{NA}$ — beim Trockenobjektiv also höchstens $\sim 650\times$. Die $2222\times$ aus Szene B liegen weit darüber: sie sind **leere Vergrößerung**. Das Bild wird größer, aber es erscheinen keine neuen Details — man sieht nur die Beugungsscheibchen aufgebläht, das Bild wird unscharf und matschig. M1 (“mehr Vergrößerung = besser”) ist damit klar widerlegt: jenseits der Beugungsgrenze ist zusätzliche Vergrößerung nutzlos.

Die zentrale methodische Lektion: Modul 12 führt drei frühere Module zusammen. Die **Linsen** (Modul 05) sind die Bausteine, und ihre Aberrationen begrenzen die reale Leistung. Die **Spiegel** (Modul 10) sind die Alternative — Spiegelteleskope vermeiden die chromatische Aberration und werden deshalb für die größten Teleskope verwendet. Und die **Beugung** (Modul 03), die dort ein Randphänomen am Spalt war, wird hier zur fundamentalen, unüberwindbaren Schranke jedes klassischen optischen Instruments. Die Beugungsgrenze ist der Grund, warum die Lichtmikroskopie bei etwa 200 nm endet, warum Elektronenmikroskope (viel kürzere Wellenlänge) nötig wurden, und warum die Überwindung des Abbe-Limits durch Fluoreszenz-Tricks 2014 den Nobelpreis wert war.

Verbindung zu vorhergehenden Modulen: - **Modul 05 Linsen:** die Bausteine; reale Aberrationen begrenzen zusätzlich. - **Modul 10 Spiegel:** Spiegelteleskope als chromatikfreie Alternative; dieselbe Abbildungsgleichung. - **Modul 03 Einfachspalt/Beugung:** die Beugung wird hier von der Kuriosität zur harten Auflösungsgrenze. Das Rayleigh-Kriterium folgt direkt aus dem Beugungsmuster der kreisförmigen Apertur. - **Modul 04 Kameramodell:** dasselbe Schärfe-Beugung-Spannungsfeld; ein Kameraobjektiv ist beugungsbegrenzt bei kleiner Blende.

12. Nächster Test

Modul 13 Auge als möglicher nächster Schritt: das Auge als optisches Instrument — Akkommodation, Auflösungsgrenze der Netzhaut, Fehlsichtigkeiten und ihre Korrektur (Brille als dünne Linse, Modul 05). Verbindet die ganze geometrische Optik mit der Wahrnehmung (Cluster L).

Mögliche Erweiterung Modul 12 v0.2: Spiegelteleskope im Detail (Newton, Cassegrain, Segmentspiegel); adaptive Optik gegen atmosphärisches Seeing; Superauflösungs-Mikroskopie (STED/STORM) als Überwindung des Abbe-Limits; Elektronenmikroskop (Materiewellen, de-Broglie).

Anhang A — Querverweise

- Praxis-Erklärung: PRAXIS-Instrumente.md (folgt)
- Begleitpapier: BEGLEITPAPIER-Instrumente.md (folgt)
- Werkzeug: ORGANON.html (folgt) — *gr. ὄργανον, das Instrument/Werkzeug*
- Code: instrumente_simulation.py
- Plot: instrumente_szenen.svg
- Ergebnisdaten: instrumente_results.json
- Vorgänger-Module: Modul 05 Linsen, Modul 10 Spiegel, Modul 03 Beugung
- Verwandte Module: Modul 04 Kameramodell

Anhang B — Externer Bestandscheck

- **Hecht (2017)** *Optics*, 5. Aufl. — optische Instrumente, Beugungsgrenze.
- **Born & Wolf (1999)** *Principles of Optics* — Abbe-Theorie, Auflösung.
- **Jenkins & White (2001)** *Fundamentals of Optics* — Fernrohr, Mikroskop.
- **Abbe (1873)** Beiträge zur Theorie des Mikroskops. *Arch. Mikrosk. Anat.* 9:413.
- **Hell & Wichmann (1994)** STED-Mikroskopie — Überwindung des Abbe-Limits.
- **PhET-Optik-Simulationen** — didaktische Grundlagen.

Was die Werkstatt-Notiz davon unterscheidet: drei Szenarien im Falsifikationsformat; die Zusammenführung von Linsen (05), Spiegeln (10) und Beugung (03); der explizite Köder-und-Falsifikation-Aufbau (Szene B verführt, Szene C widerlegt); das Konzept der leeren Vergrößerung als greifbare Falsifikation.

Anhang C — Quellen

- Hecht, E. (2017). *Optics*, 5. Aufl. Pearson.
 - Born, M.; Wolf, E. (1999). *Principles of Optics*, 7. Aufl. Cambridge University Press.
 - Jenkins, F. A.; White, H. E. (2001). *Fundamentals of Optics*, 4. Aufl. McGraw-Hill.
 - Abbe, E. (1873). Beiträge zur Theorie des Mikroskops und der mikroskopischen Wahrnehmung. *Archiv für Mikroskopische Anatomie* 9:413-468.
 - Hell, S. W.; Wichmann, J. (1994). Breaking the diffraction resolution limit by stimulated emission. *Optics Letters* 19:780.
-

