

FN-Optiklabor-Farbmischung-v0.1- 2026-05-17

Forschungsnotiz — Farbmischung

Autor: Thomas Schüller · forschung@tschueller.com · ORCID 0009-0003-9799-6747 **Affiliation:** privat finanziert, ohne institutionelle Affiliation **Lizenz:** CC BY 4.0 · **Version:** 0.1 · **Datum:** 2026-05-17
Strang: FORSCHUNG / Höhlengleichnis-Optiklabor / 09
Farbmischung **Werkzeug:** METAMERIA · **Dokumenttyp:**
Forschungsnotiz (Template v1.0) **Status:** abgeschlossener Test mit dokumentierter Bewertung

1. These

Modul 08 (Bühnenbeleuchtung) hat additive Farbmischung an Wänden gezeigt. Modul 09 nimmt den fundamentalen Schritt zurück und fragt: **Was ist Farbe eigentlich?** Die naheliegende Schulphysik-Annahme “jede Farbe entspricht einer Wellenlänge des Lichts” wird gegen drei Befunde geprüft und stellt sich als grundlegend falsch heraus: **Farbe ist keine physikalische Eigenschaft des Lichts, sondern eine Wahrnehmungs-Antwort dreier Zapfentypen im Auge.** Dieselbe Farbe kann von unendlich vielen verschiedenen Spektren erzeugt werden (Metamerie), Mischfarben haben oft gar keine entsprechende Spektralwellenlänge, und die Mischlogik (additiv vs. subtraktiv) hängt vom physikalischen Mechanismus ab, nicht von “der Farbe” selbst.

2. Annahmen

1. Lineare Optik: Spektren überlagern sich additiv bei Emission.
2. Lambert-Beer für Absorption: Transmissions-Spektren multiplizieren sich.
3. CIE-1931-Standardbeobachter (2°-Gesichtsfeld) als Modell der Farbwahrnehmung.
4. Trichromatisches Sehen: drei Zapfentypen (S, M, L) approximiert durch CIE-Color-Matching-Funktionen $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$.
5. sRGB-Farbraum (D65-Weißpunkt) für die Darstellung.
6. Idealisierte LED-Emissionsspektren als Gauß-Glocken; CMY-Filter als invertierte Gauß-Absorptionsbanden.

3. Mathematisches Modell

M1 — “Farbe = Wellenlänge”: Jede Farbe entspricht genau einer Wellenlänge λ . Eine Farbe $\leftrightarrow$ eine Wellenlänge (Spektralfarbe).

M2 — additive Mischung + Tristimulus: Emittierte Spektren $S_k(\lambda)$ summieren sich; die Farbwahrnehmung ist der Tristimulus

$$\int X = \int S(\lambda) \bar{x}(\lambda) d\lambda, \quad Y = \int S(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda, \quad Z = \int S(\lambda) \bar{z}(\lambda) d\lambda.$$

M3 — Metamerie: Zwei Spektren $S_1(\lambda) \neq S_2(\lambda)$ mit identischem Tristimulus $(X,Y,Z)_1 = (X,Y,Z)_2$ erzeugen identische Farbwahrnehmung. Die Abbildung Spektrum $\rightarrow$ Farbe ist nicht injektiv (unendlich-zu-eins).

M4 — subtraktive Mischung: Filter-Transmissionen $T_k(\lambda)$ multiplizieren sich:

$$S_{\text{out}}(\lambda) = S_{\text{in}}(\lambda) \prod_k T_k(\lambda).$$

Symbol	Bedeutung	Einheit
λ	Wellenlänge	nm
$S(\lambda)$	spektrale Strahldichte	rel.
$\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$	CIE-Color-Matching-Funktionen	—
(X,Y,Z)	Tristimuluswerte	rel.
$T(\lambda)$	Filter-Transmission	0..1
(x,y)	CIE-Chromatizitätskoordinaten	—

4. Parameter

Drei Szenarien:

Szenario	Setup
A additiv	LED-R (630nm), LED-G (530nm), LED-B (465nm); Mischungen R+G und R+G+B
B Metamerie	Spektralgelb (580nm, schmal) vs. optimierte R+G-Mischung
C subtraktiv	Gleichenergie-Weiß durch Cyan-, Magenta-, Yellow-Filter

Toleranz vorab: $\epsilon = 5\%$ Chromatizitätsdistanz (euklidisch in CIE-xy). Begründung: 5% in xy entspricht ungefähr der Unterscheidungsschwelle (MacAdam-Ellipsen sind kleiner, aber 5% ist eine konservative Obergrenze für “deutlich verschiedene Farbe”).

5. Vorhersage

Szenario	Erwartung
A	R+G erscheint gelb, hat aber keine Energie bei 580nm $\rightarrow$ M1 widerlegt
B	Spektralgelb und R+G-Mischung haben Chromatizitätsdistanz $< \epsilon$ $\rightarrow$ M1 fundamental widerlegt
C	C+M+Y absorbiert $\rightarrow$ dunkel, gegensätzlich zu additivem R+G+B=Weiß $\rightarrow$ M1 widerlegt

6. Falsifikationskriterium

M1 (“Farbe = Wellenlänge”) ist widerlegt, wenn **eines** der folgenden zutrifft: - Eine Mischfarbe erscheint, deren Tristimulus keiner einzelnen Spektralwellenlänge entspricht (Energie bei der “erwarteten” Wellenlänge $\leq 1\%$). - Zwei verschiedene Spektren erzeugen Chromatizitätsdistanz $\leq \epsilon$ (Metamerie). - Additive und subtraktive Mischung derselben Primärfarben führen zu gegensätzlichen Ergebnissen.

7. Konkurrenzmodelle

- **K1 — “Farbe = Wellenlänge” (M1):** geprüftes engeres Modell (Newton-naiv).
- **K2 — trichromatische Theorie (Young-Helmholtz):** drei Zapfentypen — M2/M3.
- **K3 — Gegenfarbentheorie (Hering):** Rot-Grün, Blau-Gelb, Hell-Dunkel als Gegenpaare; ergänzt Trichromatik auf neuronaler Ebene.
- **K4 — CIE-1931-Standardbeobachter:** quantitatives Modell — hier verwendet.
- **K5 — CIECAM02 / moderne Erscheinungsmodelle:** berücksichtigen Adaption, Umgebung — fortgeschritten.
- **K6 — spektrale Wiedergabe (Spektral-Rendering):** volle Spektren statt RGB — für Metamerie-genaue Simulation nötig.

8. Versagensbereich

- **Sehr dunkle / sehr helle Reize:** CIE-1931 ist für photopisches (Tag-)Sehen; bei Dämmerung (mesopisch) und Nacht (skotopisch) verschiebt sich die Empfindlichkeit (Purkinje-Effekt).
- **Sehr kleine / große Gesichtsfelder:** CIE-1931 gilt für 2° ; für 10° gibt es CIE-1964.
- **Farbenblindheit:** Dichromaten haben nur zwei Zapfentypen — eigene Farbmeterik.
- **Fluoreszenz:** Stoffe, die Licht bei anderer Wellenlänge wieder abgeben, brechen die einfache Filter-Multiplikation.
- **Metamerie-Versagen unter verschiedenen Lichtquellen:** zwei Farben, die unter Tageslicht gleich aussehen, können unter Kunstlicht verschieden wirken (bekanntes Problem im Textilbereich).

9. Simulation

Numerische Auswertung in `farbmischung_simulation.py`:

1. CIE-1931-Color-Matching-Funktionen $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ als analytische Gauß-Summen (Wyman-Sloan-Shirley-2013-Approximation).
2. Spektrum $\rightarrow$ XYZ durch numerische Integration (Trapezregel über 380–780 nm in 5-nm-Schritten).
3. XYZ $\rightarrow$ sRGB über Standard-D65-Matrix plus Gamma-Korrektur.
4. Szene A: LED-RGB-Spektren als Gauß-Glocken, additive Summation.
5. Szene B: Optimierung des R+G-Mischverhältnisses zur Minimierung der Chromatizitätsdistanz zu Spektralgelb (60×60 -Gitter).
6. Szene C: CMY-Filter als invertierte Gauß-Banden, multiplikative Transmission.

Ergebnisse in farbmischung_results.json. Plot als farbmischung_szenen.svg (drei Teilbilder).

10. Ergebnis

10.1 A additive RGB-Mischung

Größe	Wert
R+G erscheint als	gelb (sRGB $\approx$ [0.81, 1.0, 0.0])
Energie bei 580nm in R+G-Mischung	0.048 (praktisch null)
R+G+B erscheint als	weiß (sRGB $\approx$ [0.76, 1.0, 0.98])
Bewertung M1	widerlegt

10.2 B Metamerie

Größe	Wert
Spektralgelb (580nm) Chromatizität	xy = (0.512, 0.488)
R+G-Mischung Chromatizität	xy = (0.497, 0.470)
Chromatizitätsdistanz	0.023 ($< \varepsilon = 0.05$)
Mischverhältnis $\alpha:\beta$ (R:G)	2.16 : 0.94
Bewertung M1	widerlegt (fundamental)

10.3 C subtraktive CMY-Mischung

Größe	Wert
nach Cyan	cyan (sRGB $\approx$ [0.0, 0.88, 1.0])
nach Cyan·Magenta	blau (sRGB $\approx$ [0.5, 0.25, 1.0])
nach Cyan·Magenta·Yellow	Restenergie nur 32% (dunkel)
Bewertung M1	widerlegt

Plot: farbmischung_szenen.svg.

11. Bewertung

M1 (“Farbe = Wellenlänge”) ist in allen drei Szenarien widerlegt — und Szene B liefert die fundamentalste Widerlegung: **Metamerie**.

Szene A zeigt das alltäglichste Gegenbeispiel: jeder Computer-Monitor erzeugt “Gelb” durch Mischung von rotem und grünem Subpixel — es gibt **kein gelbes Licht** im physikalischen Sinn auf dem Bildschirm, nur rot und grün, die das Auge als gelb interpretiert. Die R+G-Mischung hat bei 580 nm (Spektralgelb) praktisch keine Energie. Wer “Farbe = Wellenlänge” glaubt, müsste behaupten, der Monitor zeige kein echtes Gelb — was absurd ist, weil es genauso gelb aussieht wie eine Natriumdampflampe.

Szene B ist der Kern: **Metamerie**. Spektralgelb (eine schmale Linie bei 580 nm) und die R+G-Mischung (zwei getrennte Linien) haben eine Chromatizitätsdistanz von nur 0,023 — sie sehen praktisch identisch aus. Das ist nur möglich, weil das Auge das einfallende Spektrum auf **drei Zahlen** reduziert (die Antworten der drei Zapfentypen). Verschiedene Spektren, die dieselben drei Zahlen

erzeugen, sind ununterscheidbar. Die Abbildung Spektrum $\rightarrow$ Farbe ist unendlich-zu-eins. **Farbe ist also nicht im Licht, sondern eine Konstruktion des visuellen Systems.**

Szene C zeigt, dass selbst die Mischregeln vom Mechanismus abhängen: additiv (Lichtquellen addieren Spektren) ergibt $R+G+B = \text{Weiß}$; subtraktiv (Filter/Pigmente multiplizieren Transmissionen) ergibt $C+M+Y = \text{Dunkel}$. Dieselben "Farben" verhalten sich gegensätzlich, je nachdem, ob Licht emittiert oder absorbiert wird. Das erklärt die Schul-Verwirrung "Warum ergeben Wasserfarben gemischt Braun/Schwarz, aber Lichter gemischt Weiß?" — es sind zwei verschiedene physikalische Prozesse.

Verbindung zu vorhergehenden Modulen: - Modul 08

Bühnenbeleuchtung hat additive Mischung an Wänden gezeigt (RGB-Scheinwerfer); Modul 09 erklärt, *warum* das funktioniert (Tristimulus) und grenzt es gegen subtraktive Mischung ab. - **Modul 05 Linsen (chromatische Aberration)** zeigte, dass $n(\lambda)$ wellenlängenabhängig ist; Modul 09 zeigt, dass die *Wahrnehmung* dieser Wellenlängen durch drei Zapfentypen kollabiert. - **Modul 03 Einfachspalt / Modul 07 Lichtquellen:** das physikalische Spektrum ist objektiv; die Farbe ist subjektiv-trichromatisch.

12. Nächster Test

Modul 07 Lichtquellen als nächster Schritt: was emittieren reale Quellen (Glühlampe als Schwarzkörper-Kontinuum, LED als schmale Banden, Leuchtstoff als Linien + Phosphor-Kontinuum, Laser als einzelne Linie)? Wie hängt das mit Farbtemperatur und Farbwiedergabeindex (CRI) zusammen? Setzt Modul 09 (Tristimulus) voraus.

Mögliche Erweiterung Modul 09 v0.2: Gegenfarbentheorie (Hering), Nachbilder, Farbkonstanz, MacAdam-Ellipsen, CIELAB-Farbabstand ΔE .

Anhang A — Querverweise

- Praxis-Erklärung: PRAXIS-Farbmischung.md (folgt)
- Begleitpapier: BEGLEITPAPIER-Farbmischung.md (folgt)
- Werkzeug: METAMERIA.html (folgt) — benannt nach dem Kerneffekt Metamerie
- Code: farbmischung_simulation.py
- Plot: farbmischung_szenen.svg
- Ergebnisdaten: farbmischung_results.json
- Vorgänger-Module: Modul 08 Bühnenbeleuchtung (additive Mischung), Modul 05 Linsen (Chromatik)
- Verwandte Module: Modul 07 Lichtquellen (folgt), Modul 03 Einfachspalt (Spektrum)

Anhang B — Externer Bestandscheck

- **Wyszecki & Stiles (2000)** *Color Science*, 2. Aufl. — Standardwerk der Farbmimetrik.
- **Fairchild (2013)** *Color Appearance Models*, 3. Aufl. — moderne Erscheinungsmodelle.
- **CIE 015:2018** *Colorimetry* — offizieller Standard.
- **Wyman, Sloan, Shirley (2013)** *Simple Analytic Approximations to the CIE XYZ Color Matching Functions* (JCGT) — die hier verwendete CMF-Approximation.
- **Hunt & Pointer (2011)** *Measuring Colour*, 4. Aufl.

- **PhET “Color Vision”** — didaktische Simulation, ohne Falsifikationsformat.

Was die Werkstatt-Notiz davon unterscheidet: drei kontrastierende Szenarien im Falsifikationsformat; explizite Demonstration der Nicht-Injektivität Spektrum→Farbe (Metamerie); echte CIE-CMFs in der Numerik; Brücken zu Modul 08, 05, 07.

Anhang C — Quellen

- Wyszecki, G.; Stiles, W. S. (2000). *Color Science*, 2. Aufl. Wiley.
- Fairchild, M. D. (2013). *Color Appearance Models*, 3. Aufl. Wiley.
- CIE (2018). *Colorimetry*, 4. Aufl. CIE 015:2018.
- Wyman, C.; Sloan, P.-P.; Shirley, P. (2013). Simple Analytic Approximations to the CIE XYZ Color Matching Functions. *JCGT* 2(2):1-11.
- Hering, E. (1878). *Zur Lehre vom Lichtsinne*. Wien.
- Young, T. (1802). On the Theory of Light and Colours. *Phil. Trans.* 92:12-48.

Wortzahl: ca. 1660 · Seiten: 7 · Version 0.1 · 2026-05-17