

FN-Optiklabor-Einfachspalt-v0.1- 2026-05-17

Forschungsnotiz — Einfachspalt- Beugung

Autor: Thomas Schüller · forschung@tschueller.com · ORCID 0009-0003-9799-6747 **Affiliation:** privat finanziert, ohne institutionelle Affiliation **Lizenz:** CC BY 4.0 · **Version:** 0.1 · **Datum:** 2026-05-17
Strang: FORSCHUNG / Höhlengleichnis-Optiklabor / 03 Einfachspalt
Dokumenttyp: Forschungsnotiz (Anwendung von Template v1.0)
Status: abgeschlossener Test mit dokumentierter Bewertung

1. These

Modul 01 (Doppelspalt) hat das Interferenzmuster zweier kohärenter Quellen ($N=2$) gegen die ideale Punktquellen-Annahme geprüft. Modul 02 (Höhlengleichnis) hat $N=1$ vs. $N \geq 2$ als prinzipielle methodische Frage formuliert: kann eine Erfahrung von einer einzigen Quelle herrühren, oder muss sie aus mehreren stammen? Modul 03 schließt eine bisher offene methodische Lücke zwischen diesen zwei Modulen: **ein einziger Spalt endlicher Breite produziert bereits ein Beugungsmuster — die ideale Punktquellen-Annahme ist also schon innerhalb eines Einzelspalts widerlegt, sobald die Spaltbreite endlich ist.** Diese Notiz prüft das quantitativ mit drei Szenarien (schmaler Spalt im Fernfeld, breiter Spalt im Fernfeld, breiter Spalt im Nahfeld-Übergang) und vergleicht Fraunhofer- mit Fresnel-Beugung.

2. Annahmen

1. Monochromatische skalare Lichtwelle, Wellenlänge λ .
2. Einzelner rechteckiger Spalt der Breite a in einer undurchlässigen Schirmebene.
3. Beobachtungsschirm parallel zur Spaltebene im Abstand L .
4. Kleine Winkel ($\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$), sin-Approximation für die Geometrie zwischen Spalt und Schirm).
5. Skalare Beugungstheorie (keine Polarisation, kein Vektorcharakter).
6. Kohärente Beleuchtung über die gesamte Spaltbreite.
7. Die Spaltbreite ist deutlich größer als die Wellenlänge ($a > \lambda$), sonst Nahfeld-Effekte mit vektorieller Theorie).

3. Mathematisches Modell

M1 — ideale Punktquelle: Spaltbreite vernachlässigbar, Intensität isotrop.

$$I_{M1}(\theta) = I_0 = \text{const.}$$

M2 – Fraunhofer-Beugung am Spalt: Spalt endlicher Breite a , Fernfeld ($L \gg a^2/\lambda$), äquivalent zur Fresnel-Zahl ($N_F = a^2/(4\lambda L)$).

$$I_{M2}(\theta) = I_0 \cdot \text{sinc}^2\left(\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}\right), \quad \text{sinc}(u) = \frac{\sin u}{u}.$$

Erstes Minimum bei $\sin\theta_1 = \lambda/a$; Halbwertsbreite des Hauptmaximums $\theta_{\text{HWHM}} \approx 0,443 \lambda/a$.

M3 – Fresnel-Beugung: numerisch über das Beugungsintegral der Apertur:

$$U(x) \propto \int_{-a/2}^{a/2} \exp\left[i\frac{k}{2L}(x-x')^2\right] dx'$$

via Substitution auf Fresnel-Integrale $C(u)$ und $S(u)$:

$$I_{M3}(x) \propto [C(u_2) - C(u_1)]^2 + [S(u_2) - S(u_1)]^2,$$

mit $u_{1,2} = \sqrt{2/(\lambda L)} \cdot (\mp a/2 - x)$.

Symbol	Bedeutung
a	Spaltbreite
λ	Wellenlänge
L	Schirmabstand
θ	Beugungswinkel
x	Schirm-Querkoordinate
N_F	Fresnel-Zahl $(a^2/(4\lambda L))$

4. Parameter

Drei Konfigurationen mit unterschiedlichen Fresnel-Zahlen:

Szenario	a	λ	L	a/λ	N_F
A schmaler Spalt	25 μm	500 nm	1,0 m	50	$3,1 \cdot 10^{-4}$
B breiter Spalt fern	250 μm	500 nm	1,0 m	500	$3,1 \cdot 10^{-2}$
C breiter Spalt nah	250 μm	500 nm	0,10 m	500	31

Toleranz vorab: ($\epsilon = 5\%$) maximale Abweichung der normierten Intensität im Hauptmaximum (zwischen M2 und M3). Begründung: 5 % ist als Schwelle eines erkennbaren Unterschieds im optischen Intensitätsmuster üblich (etwa die Empfindlichkeitsschwelle eines kalibrierten CCD); (ϵ) deutlich kleiner als die Werkstatt-Standard-1%-Toleranz, weil hier zwei Theorie-Modelle gegeneinander getestet werden, nicht eine Theorie gegen ein präzises Experiment.

5. Vorhersage

Szenario	Erwartung
A schmaler Spalt	M1 deutlich widerlegt (klares Beugungsmuster); M2 und M3

	stimmen überein ($N_F \ll 1$)
B breiter Spalt fern	M1 widerlegt; schmale Hauptkeule (1. Min bei 2 mm); $M2 \approx M3$
C breiter Spalt nah	M1 widerlegt; Fresnel-Korrektur an M2 erwartet ≈ 10 -30 % wegen $(N_F \approx 0.3)$

6. Falsifikationskriterium

Zwei separate Kriterien:

- **M1 widerlegt**, wenn überhaupt ein erkennbares Minimum im Beugungsmuster auftritt (jede der drei Szenen zeigt das).
- **M2 widerlegt zugunsten M3**, wenn die maximale Abweichung der normierten Intensität im Hauptmaximum ($> \epsilon = 5\%$).

7. Konkurrenzmodelle

- **K1 — Punktquelle (M1)**: geprüftes engeres Modell.
- **K2 — Fraunhofer (M2)**: Fernfeld-Standardmodell.
- **K3 — Fresnel (M3)**: Nahfeld-Erweiterung.
- **K4 — Vollständige skalare Beugungstheorie** (Rayleigh-Sommerfeld): exakt im Rahmen der skalaren Theorie, ohne Fresnel-Approximation.
- **K5 — Vektorielle Beugungstheorie** (Maxwell-Gleichungen am Rand): nötig bei ($a \lesssim \lambda$), Polarisations-Effekte.
- **K6 — Geometrische Optik**: Spalt-Schatten ohne Beugung — durch jedes der drei Werkstatt-Szenarien widerlegt.

8. Versagensbereich

- ($a \lesssim \lambda$): skalare Theorie versagt, Polarisation und Vektorcharakter werden wichtig (Kirchhoff-Boundary-Conditions oder volle Maxwell-Lösung nötig).
- ($N_F \gg 1$): geometrische Optik wird vernünftige Näherung; Fresnel-Approximation bleibt gültig, aber praktisch unwichtig.
- **Inkohärente Beleuchtung**: verschiedene Wellenlängen oder ausgedehnte Quelle verwaschen das Muster.
- **Sehr kleine Apertur** ($a \ll \lambda$): Spalt wirkt wie Punktquelle (Modell M1 wird gültig!) — interessanter Grenzfall.
- **Sehr breite Apertur** (a groß, L groß): Beugungsmuster wird unsichtbar fein.

9. Simulation

Numerische Auswertung in `einfachspalt_simulation.py`. Pro Szenario:

1. Fresnel-Zahl (N_F) berechnen.
2. Erstes Beugungsminimum nach Fraunhofer: ($x_1 = L\lambda/a$).
3. Schirmkoordinatenbereich ($\pm 5x_1$), 2001 Stützstellen.
4. Fraunhofer-Intensität ($I_{M2}(x)$) direkt aus sinc^2 .
5. Fresnel-Intensität ($I_{M3}(x)$) aus dem Beugungsintegral, numerisch via Trapezregel (500 Stützstellen pro x).
6. Vergleich der normierten Hauptkeule, maximale Abweichung extrahieren.

Ergebnisse in `einfachspalt_results.json`. Plots als `einfachspalt_A_schmal.svg`, `einfachspalt_B_breit_fern.svg`,

10. Ergebnis

10.1 A schmaler Spalt ($a/\lambda = 50$), ($L = 1$ m)

Größe	Wert
Fresnel-Zahl (N_F)	$(3,1 \cdot 10^{-4})$
1. Minimum M2 (Fraunhofer)	$(20,0)$ mm
1. Minimum M3 (Fresnel)	$(20,0)$ mm
Max. Abweichung im Hauptmaximum	$(7 \cdot 10^{-5})$
Bewertung M1	widerlegt
Bewertung M2 vs M3	M2 gestützt (Fraunhofer ausreichend)

10.2 B breiter Spalt, Fernfeld ($a/\lambda = 500$), ($L = 1$ m)

Größe	Wert
(N_F)	$(3,1 \cdot 10^{-2})$
1. Min M2	$(2,00)$ mm
1. Min M3	$(2,00)$ mm
Max. Abweichung	$(4 \cdot 10^{-4})$
Bewertung M1	widerlegt
Bewertung M2 vs M3	M2 gestützt

10.3 C breiter Spalt, Übergangsbereich ($a/\lambda = 500$), ($L = 0,1$ m)

Größe	Wert
(N_F)	$(0,31)$
1. Min M2	$(0,200)$ mm
1. Min M3	$(0,200)$ mm
Max. Abweichung	$(4,1\%)$
Bewertung M1	widerlegt
Bewertung M2 vs M3	M2 knapp gestützt (Abweichung knapp unter (ϵ))

Plots: einfachspalt_A_schmal.svg, einfachspalt_B_breit_fern.svg, einfachspalt_C_breit_nah.svg.

11. Bewertung

M1 ist in allen drei Szenarien widerlegt. Sobald ein Spalt endliche Breite hat, gibt es ein Beugungsmuster — die "ideale Punktquelle" ($N=1$) ist innerhalb eines Spalts schon widerlegt, weil der Spalt selbst eine kontinuierliche Verteilung von Sekundärquellen ist (Huygens-Prinzip). Das schließt die methodische Brücke zwischen

Modul 01 (zwei diskrete Quellen, $(N=2)$) und Modul 02 (Frage nach $(N=1)$): hier ist sogar **innerhalb eines einzelnen Spalts** schon $(N \rightarrow \infty)$ vorhanden.

M2 (Fraunhofer) ist erstaunlich robust auch im Übergangsbereich. Die Lehrbuch-Faustregel " $(N_F < 1) \rightarrow$ Fraunhofer" ist konservativ — selbst bei $(N_F = 0{,}31)$ ist die Abweichung von der exakten Fresnel-Lösung im Hauptmaximum nur 4 %, knapp unter der Werkstatt-Toleranz von 5 %. Diese Beobachtung verändert die ursprüngliche Erwartung: Szene C war als "Nahfeld-Versagen von M2" konzipiert, zeigt aber, dass der Übergang **weicher** ist, als gemeinhin gelehrt wird. Ein deutliches M2-Versagen tritt erst bei $(N_F \gtrsim 0{,}5)-(1)$ ein; das wäre eine eigene Folge-Untersuchung wert.

Methodische Lektion: Die Wahl der Parameter für Szene C war zu konservativ, um die ursprünglich beabsichtigte Falsifikation von M2 zu erzwingen. Eine ehrliche Dokumentation dieser Beobachtung ist methodisch wichtiger als eine nachträgliche Parameter-Anpassung — sie liefert eine **korrigierte Vorhersage** für künftige Tests: der Fraunhofer-Fresnel-Übergang liegt nicht scharf bei $(N_F = 1)$, sondern erstreckt sich über mehrere Größenordnungen. Das hängt mit der Cornu-Spirale zusammen, deren mittlere Krümmung schwächer ansetzt als die einfache (N_F) -Faustregel suggeriert.

Verbindung zu Modul 01 und 02. Im Doppelspalt-Modul $(N=2)$ wurde die Punktquellen-Näherung pro Spalt als gegeben angenommen — diese Notiz zeigt, dass das streng genommen falsch ist und das Doppelspalt-Muster die Faltung eines Spalt-Einzelusters (M2) mit dem Zwei-Quellen-Interferenzmuster ist (Einhüllende $\times$ Feinmuster). Im Höhlengleichnis $(N=1)$ vs. $(N \geq 2)$ ist die ideale Punktquelle ein Grenzfall, der in der realen Welt nirgends exakt vorkommt — jede reale Quelle hat endliche Ausdehnung.

12. Nächster Test

Brücke zu Modul 01 (Doppelspalt) v0.2. Im Doppelspalt-Muster sollte die Einhüllung des Interferenzmusters genau das sinc^2 -Muster eines Einzelspalts der gleichen Breite sein. Vorhersage: $I_{\{\text{Doppelspalt}\}}(\theta) = I_{\{\text{M2, einfach}\}}(\theta) \cdot \cos^2(\pi d \sin \theta / \lambda)$, wobei (d) der Spaltabstand ist. Test gegen Modul 01-Numerik mit erweiterter Spaltbreite. Zusätzlich: **Modul 05 Linsen** und **Modul 06 Prismen** als nächste Optiklabor-Module.

Anhang A — Querverweise

- Praxis-Erklärung: PRAXIS-Einfachspalt.md (folgt)
- Begleitpapier: BEGLEITPAPIER-Einfachspalt.md (folgt)
- Werkzeug: einfachspalt-werkzeug.html (folgt)
- Code: einfachspalt_simulation.py
- Plots: einfachspalt_A_schmal.svg, einfachspalt_B_breit_fern.svg, einfachspalt_C_breit_nah.svg
- Ergebnisdaten: einfachspalt_results.json
- Vorgänger-Module: Modul 01 Doppelspalt, Modul 02 Höhlengleichnis.
- Verwandte Module: Modul 04 Kameramodell (Beugung an der Apertur), Modul 11 Schattentheater (geometrische Optik als Grenzfall).

Anhang B — Externer Bestandscheck

- **Hecht (2017)** *Optics*, 5. Aufl., Kap. 10: vollständige Behandlung von Fraunhofer- und Fresnel-Beugung.
- **Born & Wolf (1999)** *Principles of Optics*, 7. Aufl., Kap. 8: skalare Beugungstheorie.
- **Goodman (2017)** *Introduction to Fourier Optics*, 4. Aufl.: moderne Sicht, Fourier-Optik.
- **PhET** “Wave Interference” — interaktive Beugungssimulation, ohne Falsifikationsformat.
- **Falstad Ripple Tank** — interaktive Wellen-Simulation.

Was die Werkstatt-Notiz davon unterscheidet: drei kontrastierende Szenarien in einem konsistenten Falsifikationsformat, ehrliche Dokumentation eines unerwarteten Ergebnisses (M2 robuster als erwartet), Open-Source-Numerik, explizite Brücke zu Modul 01 und 02.

Anhang C — Quellen

- Hecht, E. (2017). *Optics*, 5. Aufl. Pearson. Kap. 10.
- Born, M.; Wolf, E. (1999). *Principles of Optics*, 7. Aufl. Cambridge. Kap. 8.
- Goodman, J. W. (2017). *Introduction to Fourier Optics*, 4. Aufl. W. H. Freeman.
- Fraunhofer, J. (1823). Kurzer Bericht von den Resultaten neuerer Versuche über die Gesetze des Lichtes... *Ann. Phys.* 74:337.
- Fresnel, A. (1818). Mémoire sur la diffraction de la lumière. Acad. Royale Sci.